

Тезисы доклада: Сбалансированная задача k коммивояжёров для нескольких баз
Авторы: Костюк Ю. Л., Пожидаев М. С.
Конференция: Седьмая всероссийская конференция с международным участием “Информационные технологии и математическое моделирование” (г. Анжеро-Судженск)
Дата: 14 ноября 2008 г.

В задаче k коммивояжёров на множестве из $n + 1$ городов строится k замкнутых маршрутов по следующим правилам:

1. один из городов, называемый базой, входит во все маршруты;
2. каждый из городов (исключая базу) входит ровно в один из маршрутов;
3. суммарная длина всех маршрутов минимальна.

В [1] рассматривается сбалансированная задача k коммивояжёров, в которой число городов в каждом из маршрутов различается не более чем на один. В [1] с помощью вычислительного эксперимента исследуется ряд приближённых алгоритмов построения таких маршрутов, при этом в большинстве случаев наименьшую суммарную длину всех маршрутов давал алгоритм последовательного дихотомического разделения городов на группы с выбором разности минимальных расстояний.

В докладе рассматривается обобщение сбалансированной задачи k коммивояжёров на случай более чем одной базы. Здесь предполагается, что задано $n + m$ городов, из которых m являются базами. При этом с каждой базой связывается набор из $\frac{k}{m}$ маршрутов, а в каждый из маршрутов входит по $\frac{n}{k} + 1$ городов, из которых один город — база.

Для решения этой задачи предлагается следующий приближённый алгоритм. Для простоты далее предполагается, что k делится нацело на m , а n делится нацело на k .

Этап 1. Разделение $n + m$ городов на m непересекающихся множеств таким образом, чтобы в каждое множество входило по $\frac{n}{m} + 1$ городов, из которых один город — база.

Этап 2. В каждом из полученном на первом этапе множестве разделение $\frac{n}{m} + 1$ городов на $\frac{k}{m}$ групп так, как это делается в задаче k коммивояжёров с одной базой.

Этап 3. Для каждой из полученных на втором этапе групп городов выполняется вычисление простого маршрута коммивояжера.

Разделение на этапе один проводится в несколько шагов. В начале базы делятся на два множества, отличающихся по количеству баз не более чем на одну. При этом минимальное расстояние между парами баз из разных множеств должно быть максимальным. Затем все остальные города делятся между этими двумя множествами с выбором по разности минимальных расстояний. Если в каком-то из полученных множеств имеется более одной базы, то производится дальнейшее деление таким же способом.

Для оценки качества окончательно был проведён численный эксперимент, в котором города генерировались как случайные точки с равномерным распределением внутри единичного квадрата, а расстояние вычислялось как евклидово. В таблицах 1 и 2 приведены отношения суммарных длин всех полученных маршрутов к длине минимального остова по всем городам и базам (как оценки снизу для случая одной базы). В случае двух баз они располагались по углам диагонали квадрата, а в случае четырёх баз — во всех четырёх углах. Количество городов n задавалось в пределах от 16 до 1024, а число коммивояжёров k — от 2 до 128. Для сравнения был рассмотрен случай одной базы, располагавшейся в

центре квадрата, в таблицах численные результаты этого случая приведены после дробной черты. Вычисление простых маршрутов коммивояжеров на третьем этапе производилось алгоритмом Лина-Кернигана.

Таблица 1: Результаты тестирования для двух баз

Число коммивояжеров	16	32	64	128	256	512	1024
	городов	города	городов	городов	городов	городов	города
2	1.556/ 1.366	1.411/ 1.327	1.331/ 1.300	1.286/ 1.279	1.265/ 1.266	1.249/ 1.251	1.248/ 1.247
4	-	1.931/ 1.607	1.678/ 1.463	1.517/ 1.388	1.433/ 1.328	1.369/ 1.295	1.316/ 1.267
8	-	-	2.482/ 1.948	2.076/ 1.703	1.809/ 1.542	1.632/ 1.445	1.497/ 1.364
16	-	-	-	3.245/ 2.441	2.612/ 2.038	2.180/ 1.794	1.874/ 1.620
32	-	-	-	-	4.298/ 3.123	3.338/ 2.528	2.664/ 2.134
64	-	-	-	-	-	5.735/ 4.106	4.302/ 3.219
128	-	-	-	-	-	-	7.660/ 5.481

Таблица 2: Результаты тестирования для четырёх баз

Число коммивояжеров	32	64	128	256	512	1024
	города	городов	городов	городов	городов	города
4	1.617/ 1.607	1.447/ 1.463	1.358/ 1.388	1.314/ 1.328	1.276/ 1.295	1.264/ 1.267
8	-	1.992/ 1.948	1.711/ 1.703	1.539/ 1.542	1.437/ 1.445	1.368/ 1.364
16	-	-	2.497/ 2.441	2.057/ 2.038	1.789/ 1.794	1.611/ 1.620
32	-	-	-	3.177/ 3.123	2.550/ 2.528	2.135/ 2.134
64	-	-	-	-	4.162/ 4.106	3.242/ 3.219
128	-	-	-	-	-	5.548/ 5.481

Список литературы

- [1] Костюк Ю. Л., Пожидаев М. С. Приближённые алгоритмы решения сбалансированной задачи k коммивояжеров. Вестник Том. ун-та. Управление, выч. техника и информатика. — 2008, — №1(2). — стр. 106–112.