

# Анализ социальных сетей. Лекция 6

## Конфигурационная модель

Михаил Пожидаев

13 апреля 2024 г.

# Конфигурационная модель

*Заданы степени вершин  $k_i$*

Ключевые обозначения и параметры модели:

- ▶  $n$  — количество вершин;
- ▶  $k_i$  — степень вершины  $i$ ;
- ▶  $m = \frac{\sum_{i=1}^n k_i}{2}$  — количество рёбер;

## Порядок построения

Пока есть несвязанные полурёбра у вершин, выбираем случайным образом пару из них и соединяем (допуская кольца и кратные рёбра).

# Характеристики

Вероятность состыковаться с вершиной  $j$  одним конкретным ребром вершины  $i$ :  $\frac{k_j}{2m-1}$ .

Вероятность существования связи вершин  $i$  и  $j$  любым одним ребром:  $\frac{k_i k_j}{2m-1}$  или  $\frac{k_i k_j}{2m}$ .

Вероятность существования двух связей:  $\frac{k_i k_j (k_i - 1)(k_j - 1)}{4m^2}$ .

# Парные рёбра

## Средняя доля двойных рёбер

Для получения средней доли двойных рёбер произведём суммирование по всем парам вершин:

$$\frac{1}{2} \sum_{i,j \in N} p_{ij} p_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{i,j \in N} \frac{k_i k_j (k_i - 1)(k_j - 1)}{4m^2}$$

Учитывая, что средняя степень  $k = \frac{2m}{n}$  и, следовательно,  $2m = nk$ , новое выражение можно записать как:

$$\frac{1}{2} \frac{1}{n^2 k^2} \sum_{i,j \in N} (k_i k_j (k_i - 1)(k_j - 1))$$

Если второй момент распределения степеней вершин конечный, то при  $n \rightarrow \infty$  это выражение будет стремиться к нулю.

# Парадокс дружбы

*Обнаруженный Скоттом Фельдом*

В конфигурационной модели наблюдается закономерность, согласно которой для любой наугад взятой вершины количество «друзей» в среднем будет меньше, чем среднее количество «друзей» у её «друзей». Этот эффект получил название парадокс дружбы.

## Поиск деревенской звезды !

Как найти популярных людей на деревне, если можно опросить 100 любых её жителей?

1. Выбираете десять случайных людей и узнаете их знакомых.
2. Опрашиваете 90 знакомых для первых десяти опрошенных людей.
3. Выбираете из них человека с самым большим количеством знакомых.

# Гигантский компонент

## Критерий Моллоя-Рида

Если обозначить через  $c_1$  количество связей на расстоянии одного рукопожатия, через  $c_2$  — количество связей на расстоянии двух рукопожатий, а через  $c_d$  — количество связей на расстоянии  $d$  рукопожатий, то в конфигурационной модели выполняется соотношение:

$$c_d = \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^{d-1} c_1$$

Если  $\frac{c_2}{c_1} < 1$ , то сеть обладает эффектом маленького мира. Это соотношение связано с критерием Моллоя-Рида, которое характеризует появление в сети гигантского компонента.

# Перколяция и атака

- ▶ Если конфигурационную модель заполнить степенным распределением при  $\alpha = 2, 2$ , то гигантский перколяционный кластер в ней перестает существовать при атаке на 3% узлов.
- ▶ В случае рассмотрения сети передачи инфекции, где количество связей у носителей чаще всего ограничено сверху, то для появления популяционного иммунитета нужно вакцинировать не менее 3% людей.

# Спасибо за внимание!

Всё о курсе: <https://marigostra.ru/materials/networks.html>

E-mail: [msp@luwrain.org](mailto:msp@luwrain.org)

Канал в Телеграм: <https://t.me/MarigostraRu>